

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE
BACHILLERATO
206 MATEMÁTICAS II. SEPTIEMBRE 2019

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas.

A.1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} ax + y - 2z = 0 \\ x + y - az = -1 \\ x + y + z = a \end{cases}$$

- a) [1 p.] Determine para qué valores de a el sistema tiene solución única. Si es posible, calcule dicha solución para $a = 2$.
- b) [1 p.] Determine para qué valor de a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.
- c) [0,5 p.] Determine para qué valor de a el sistema no tiene solución.

A.2: a) [1,5 p.] Calcule los extremos relativos (máximos y mínimos) de $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{e^x}$, definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$. Determine también los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

b) [1 p.] Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

A.3: Considere la recta $r: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{1}$ y el plano $\pi: x - 2y - z = -1$.

- a) [1 p.] Estudie la posición relativa de la recta r y el plano π .
- b) [1,5 p.] En caso de que la recta corte al plano, calcule el punto de corte y el ángulo que forman. En caso de que la recta no corte al plano, calcule la distancia entre ambos.

A.4: (En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal).

La probabilidad de que una flecha dé en la diana es 0,40. Si se lanzan 9 flechas, determine:

- a) [1 p.] Qué tipo de distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de flechas que dan en la diana.
- b) [0,5 p.] Cuál es la media y la desviación típica de esta distribución.
- c) [1 p.] Cuál es la probabilidad de que al menos 5 flechas den en la diana.

OPCIÓN B: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas.

B.1: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & a & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

- [1 p.]** Determine para qué valores de a la matriz A tiene inversa.
- [0,5 p.]** Para $a = 1$, calcule la inversa de A .
- [1 p.]** Para $a = 1$, resuelva la ecuación matricial $XA + 2I = 2A$, donde I es la matriz identidad 3×3 .

B.2: a) **[1 p.]** Calcule la integral indefinida $\int \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$.

b) **[0,5 p.]** Determine la primitiva de $\frac{\sqrt{x}}{1+x}$ que pasa por el punto $(1, 2)$.

c) **[1 p.]** Calcule el límite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{1+x}$.

B.3: Los puntos $A = (0, -1, 1)$ y $B = (1, 1, 1)$ son dos de los vértices de un triángulo. El tercer vértice C está contenido en la recta r que pasa por el punto B y es perpendicular al plano $\pi : 2x - y + z = 1$.

- [1 p.]** Calcule la ecuación de la recta r que pasa por el punto B y es perpendicular al plano π .
- [1,5 p.]** Calcule las coordenadas del vértice C sabiendo que el área del triángulo es $3\sqrt{30}$.

B.4: (En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal).

El 60% de los coches de una marca se fabrican en su factoría de Valencia, el 25% en Madrid, y el resto en Lisboa. El 1% de los coches fabricados en Valencia tiene algún defecto de fabricación, mientras que para los coches fabricados en Madrid y en Lisboa estos porcentajes son del 0,5% y del 2%, respectivamente.

- [1 p.]** Elegido al azar un coche de esa marca, calcule la probabilidad de que no sea defectuoso.
- [1,5 p.]** Si un coche de esa marca resulta ser defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en Madrid?

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE
BACHILLERATO
206 MATEMÁTICAS II. SEPTIEMBRE 2019

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas.

A.1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} ax + y - 2z = 0 \\ x + y - az = -1 \\ x + y + z = a \end{cases}$$

- a) [1 p.] Determine para qué valores de a el sistema tiene solución única. Si es posible, calcule dicha solución para $a = 2$.
- b) [1 p.] Determine para qué valor de a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.
- c) [0,5 p.] Determine para qué valor de a el sistema no tiene solución.

A.2: a) [1,5 p.] Calcule los extremos relativos (máximos y mínimos) de $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{e^x}$, definida para todo valor de $x \in \mathbb{R}$. Determine también los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

b) [1 p.] Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

A.3: Considere la recta $r: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{1}$ y el plano $\pi: x - 2y - z = -1$.

- a) [1 p.] Estudie la posición relativa de la recta r y el plano π .
- b) [1,5 p.] En caso de que la recta corte al plano, calcule el punto de corte y el ángulo que forman. En caso de que la recta no corte al plano, calcule la distancia entre ambos.

A.4: (En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal).

La probabilidad de que una flecha dé en la diana es 0,40. Si se lanzan 9 flechas, determine:

- a) [1 p.] Qué tipo de distribución sigue la variable aleatoria que cuenta el número de flechas que dan en la diana.
- b) [0,5 p.] Cuál es la media y la desviación típica de esta distribución.
- c) [1 p.] Cuál es la probabilidad de que al menos 5 flechas den en la diana.

OPCIÓN B: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas.

B.1: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & a & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

- [1 p.]** Determine para qué valores de a la matriz A tiene inversa.
- [0,5 p.]** Para $a = 1$, calcule la inversa de A .
- [1 p.]** Para $a = 1$, resuelva la ecuación matricial $XA + 2I = 2A$, donde I es la matriz identidad 3×3 .

B.2: a) **[1 p.]** Calcule la integral indefinida $\int \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$.

b) **[0,5 p.]** Determine la primitiva de $\frac{\sqrt{x}}{1+x}$ que pasa por el punto $(1, 2)$.

c) **[1 p.]** Calcule el límite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{1+x}$.

B.3: Los puntos $A = (0, -1, 1)$ y $B = (1, 1, 1)$ son dos de los vértices de un triángulo. El tercer vértice C está contenido en la recta r que pasa por el punto B y es perpendicular al plano $\pi : 2x - y + z = 1$.

a) **[1 p.]** Calcule la ecuación de la recta r que pasa por el punto B y es perpendicular al plano π .

b) **[1,5 p.]** Calcule las coordenadas del vértice C sabiendo que el área del triángulo es $3\sqrt{30}$.

B.4: (En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal).

El 60% de los coches de una marca se fabrican en su factoría de Valencia, el 25% en Madrid, y el resto en Lisboa. El 1% de los coches fabricados en Valencia tiene algún defecto de fabricación, mientras que para los coches fabricados en Madrid y en Lisboa estos porcentajes son del 0,5% y del 2%, respectivamente.

a) **[1 p.]** Elegido al azar un coche de esa marca, calcule la probabilidad de que no sea defectuoso.

b) **[1,5 p.]** Si un coche de esa marca resulta ser defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido fabricado en Madrid?

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE BACHILLERATO
206 MATEMÁTICAS II. SEPTIEMBRE 2019

CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

OBSERVACIONES PARTICULARES:

OPCIÓN A

CUESTIÓN A.1: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación correcta y razonada de que el sistema tiene solución única (SCD) para todo valor de a distinto de 1 y de -1 [0,5 puntos]. Cálculo correcto de esa solución única cuando $a = 2$ [0,5 puntos].

Apartado b) Justificación correcta y razonada de que el sistema tiene infinitas soluciones (SCI) cuando $a = -1$ [0,5 puntos]. Cálculo correcto de dicha solución dependiente de un parámetro [0,5 puntos].

Apartado c) Justificación correcta y razonada de que el sistema no tiene solución (SI) cuando $a = 1$ [0,5 puntos].

CUESTIÓN A.2: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto de la derivada de $f(x)$ [0,25 puntos]. Determinación de sus puntos críticos $x = \sqrt{2}$ y $x = -\sqrt{2}$ [0,5 puntos]. Justificación de que $x = \sqrt{2}$ es un punto de máximo y $x = -\sqrt{2}$ es un punto de mínimo [0,5 puntos]. Determinación de los intervalos de crecimiento y decrecimiento [0,25 puntos].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado del límite [1 punto].

CUESTIÓN A.3: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación correcta y razonada de que la recta corta al plano [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto y razonado del punto de corte [0,75 puntos] y del ángulo de corte [0,75 puntos].

CUESTIÓN A.4: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación correcta de que se trata de una distribución binomial de parámetros $n = 9$ y $p = 0,40$ [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto de la media [0,25 puntos] y de la desviación típica [0,25 puntos].

Apartado c) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 punto].

OPCIÓN B

CUESTIÓN B.1: [2,5 puntos]

Apartado a) Justificación de que la matriz tiene inversa para todo valor de a distinto de $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto de la matriz inversa para $a = 1$ [0,5 puntos].

Apartado c) Resolución correcta de la ecuación matricial para $a = 1$ [1 punto].

CUESTIÓN B.2: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto de la constante de integración [0,5 puntos].

Apartado c) Cálculo correcto y justificado del límite [1 punto].

CUESTIÓN B.3: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de la recta r [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto y razonado del punto C [1,5 puntos].

CUESTIÓN B.4: [2,5 puntos]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 punto].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1,5 puntos].